3

FRANCISCI VIETÆ

SVPPLEMENTVM GEOMETRIÆ.

Ex opere reſtitutæ Mathematicæ Analyſeos, ſeu Algebrâ nouâ.

TVRONIS,

Excudebat IAMETIVS METTAYER, Typographus Regius.

1593.

SVPPLEMENTVM
GEOMETRIÆ.

POSTVLATVM.

AD *ſupplendum Geometriæ defectum concedatur*

A quouis puncto ad duas quaſuis lineas rectam ducere interceptam ab iis præfinito poſſibili quocumque interſegmẽto.

Vt cum alioqui ad educendas lineas rectas præſtituenda eſſent regulariter duo puncta, hîc ſecundi puncti præſtitutionem ſuppleat præfinita inter duas longitudo.

Hoc autem conceſſo, conceditur

A quouis puncto ad duas lineas rectas concurrentes & indefinitè continuatas aliam inſuper lineam rectam ducere ab iis interceptam longitudine quacumque.

Item. A quouis puncto in areâ circuli, vel circumferentiâ ſignato ad quamuis lineam rectam cum circulari concurrentem & indefinitè continuatam aliam inſuper lineam rectam ducere interceptam longitudine quacumque.

Et opus quidem illud videtur abſoluiſſe Nicomedes ſuâ conchoide primâ, hoc ſuâ conchoide ſecundâ. Poſtulatum autem omninò admiſit Archimedes. At idem propoſuit parabolas & helicas deſcribere, immò etiam helicas tangere.

Ac deſcriptione quidem helicis fit vt linea recta ad lineam rectam, ita angulus ad angulum. Itaque deſcribitur intra vel circa circulum polygonum quodcumque. Sed non ideò ſcitur laterum quæ arcubus ſubtenduntur ad diametrum, vel inter ſe, ratio. Magnitudo autem tunc demum data intelligitur ſecundum Analytica principia, cùm ita exhibetur re, vt quemadmodum inter homogeneas adfecta ſit innoteſcat.

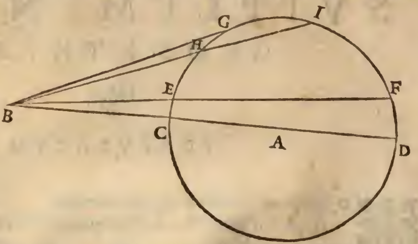
Quod autem tactu helicis propoſuit Archimedes exhiberi lineam rectam circumferentiæ circuli æqualem, non ſatis cõſtat. Exhibet ſanè lineam rectam maiorem ambitu cuiuſcumque polygoni circulo inſcripti, minorem autem ambitu cuiuſcumque polygoni circumſcripti. an igitur circulari æqualem? Exhibetur angulus minor quocumque obtuſo, maior verò quocumque recto an acuto *igitur rectus? Si verè Archimedes, fallaciter concluſit Euclides. Sed hæc commodiùs diſceptabuntur poſt tradita Analytica angularium ſectionum.*

PROPOSITIO I.

SI duæ lineæ rectæ ab eodem puncto extra circulum eductæ ipſum ſecent, vna per centrum, altera ſecus, pars autem exterior eius quæ ducitur per centrum minor ſit proportionali inter alterius partem interiorem & partem exteriorem, Poteſt ab eodem puncto duci illa

proportionalis, ita vt incidat circulo, & vlteriùs porrecta eum quoque circulum ſecet.

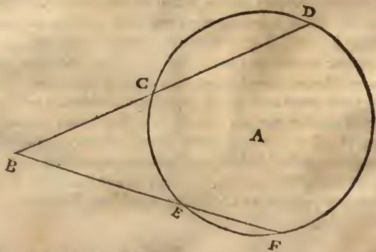
Circulum ſub A centro deſcriptum ſecent duæ lineæ rectæ ab eodem B puncto extra circulum ſumpto eductæ. Vna B C D tranſiens per A centrum, altera B E F. Vnde partes exteriores ſecantium ſint B C B E, interiores C D E F. Sit autem B C minor mediâ proportionali inter B E E F. (Hoc autem accidet omninò, ſi quando E F eſt maior ipſâ B E, quoniam B C minima eſt incidentium circulo ab eodem B puncto, proportionalis autem media inter B E E F maior erit ipſâ B E.) Dico abs B poſſe duci eam propoꝛtionalem ita vt incidat circulo, & vlterius porrecta ipſum quoque circulum ſecet. Circulum enim eundem tangat B G. Erit igitur B G maior proportionali inter B E E F. Nam eſt B G proportionalis inter B E & totam B F. Quare incidens educenda conſiſtet inter puncta C G. Conſiſtat ſanè in H. Porrecta igitur B H vlterius ſecabit eundem circulum, vt pote in I. Et conſtat propoſitum.



Propositio II.

Si duæ lineæ rectæ ab eodem puncto extra circulum eductæ ipſum ſecent, vna per centrum, altera ſecus, Eſt ſecans prima ad ſecantem ſecundam, ſicut pars exterior ſecundæ ad partem exteriorem primæ.

Circulum ſub A centro deſcriptum ſecent duæ lineæ rectæ ab eodem B puncto extra circulum ſumpto eductæ. Vna B C D, altera B E F. Vnde partes exteriores ſecantium ſint B C B E: Dico eſſe B D ad B F ſicut B E ad B C. Oſtenſum eſt enim in elementis, id quod ſit ſub B D B C æquari ei quod ſit ſub B F B E. Quare conſtat propoſitum.

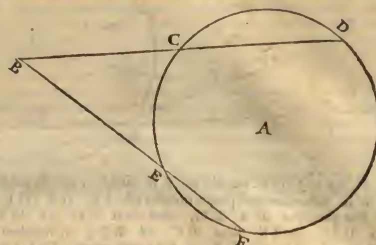


Propositio III.

Si duæ lineæ rectæ à puncto extra circulum eductæ ipſum ſecent, pars autem exterior primæ ſit proportionalis inter partem exteriorem ſecundæ & partem interiorem eiuſdem, Erit quoque pars exterior

ſecundæ proportionalis inter partem exteriorem primæ & partem interiorem eiuſdem.

Sub A centro deſcriptum circulum ſecent duæ lineæ rectæ ab eodem B puncto extra circulum ſumpto eductæ, vna in punctis C D, altera in punctis E F, vnde partes exteriores ſecantium ſint B C B E, interiores C D E F: ſit autem B E proportionalis inter B D C D. Dico B E fore quoque proportionalem inter B E E F. Quoniam enim ab eodem B puncto circulum ſecant B C D B E F, ideò eſt vt B E ad B C ita B D ad B F. Ex hypotheſi autem eſt C D ad B E vt B E ad B C. Quare eſt C D ad B E ſicut B D ad B F, & per ſubductionem eſt C D ad B E ſicut B C ad E F: Conſequenter vt C D ad B E, ita eſt B E ad B C, & ita B C ad E F. Itaque B C proportionalis eſt inter B E B F. Quod erat oſtendendum.



PROPOSITIO IIII.

Si duæ lineæ rectæ à puncto extra circulum eductæ ipſum ſecent, quod autem fit ſub partibus exterioribus eductarum æquale ſit ei quod fit ſub interioribus, Exteriores partes permutatim ſumptæ ſunt continuè proportionales inter partes interiores.

Sub A centro deſcriptum circulum ſecent duæ lineæ rectæ ab eodem B puncto extra circulum ſumpto eductæ, vna quidem in punctis C, D, altera in punctis E, F. vnde partes exteriores ſecantium ſunt B C B E, interiores C D E F. quod autem fit ſub B C B E æquale ſit ei quod fit ſub D C E F. Dico inter D C E F eſſe continuè proportionales B C B E eas adſumendo permutatim, vt videlicet interiorem partem primæ ſecantis ſequatur pars exterior ſecantis ſecundæ, vel interiorem ſecundæ pars exterior primæ, nempe eſſe vt D C ad B E ita B E ad B C, & ita B C ad E F.

Quoniam enim id quod fit ſub C D E F æquale eſt ex hypotheſi ei quod fit ſub B C B E, ideò eſt vt C D ad B E ita B C ad E F, per ſynæreſim, vt C D, ad B E ita B D ad B F. Sed ex ratione conſtructionis eſt B E ad B C ſicut B D ad B F. Ergo eſt vt C D ad B E ita B E ad B C, & ita conſequenter B C ad E F. Quod erat demonſtrandum.

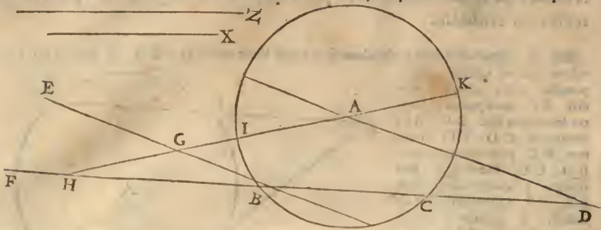
PROPOSITIO V.

Datis duabus lineis rectis, inuenire inter eaſdem duas medias continuè proportionales.

Sint datæ duæ lineæ rectæ Z, X. Oportet inuenire inter Z & X duas medias continuè proportionales. Sit Z maior, X minor.

Centro A interuallo A B æquali dimidiæ Z deſcribatur circulus cui inſcribatur B C ipſi X æqualis. Producatur autem B C in D, factâ B D duplâ ipſius B C, & iungatur D A cui agatur parallela B E indefinita, producatur etiam D B indefinitè in F, & ab A puncto

ducatur ad duas B E B F rectâ K A I G H ſecans ipſas quidem B E E F in punctis



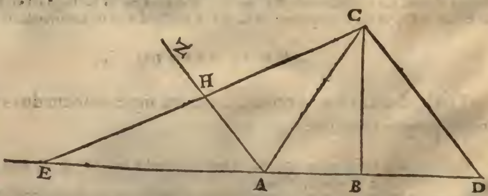
G, H, ita vt G H ſit æqualis ipſi A B, circulum verò in punctis I, K, quorum proximius ipſi H ſit I. Dico continuè proportionales eſſe I K H B H I B C. Quoniam enim conſtructæ ſunt parallelæ D A B G, ideò eſt vt H G ad H B ita G A ad B D. Eſt autem H G ad I K ſicut B C ad B D, vt ſimplum videlicet ad duplum. Quare eſt vt I K ad H B ita G A od B C. Ipſi autem G A addatur G H, auferatur autem A I. Quoniam igitur G H A I ſunt æquales, erunt quoque H I G A æquales. Ergo eſt vt I K ad H B ita H I ad B C. Ab H igitur puncto extra circulum ſumpto eductæ ſunt duæ rectę ipſum ſecantes, & quod fit ſub exterioribus earundem partibus videlicet H B H I æquale eſt ei quod fit ſub interioribus, videlicet I K B C. Quare partes exteriores permutatim ſumptæ ſunt continuè proportionales, nempe I K H B H I B C. Datis igitur duabus lineis rectis Z, X, id eſt I K B C, inuentæ ſunt inter eas duæ mediæ continuè proportionales H B H I. Quod faciendum erat.

PROPOSITIO VI.

Dato triangulo rectangulo inuenire aliud triangulum rectangulum maius, & æquè altum, vt quod fit ſub differentiâ baſium ipſorum & differentiâ hypotenuſarum æquale ſit dato cuicumque recti-lineo.

Sit datum triangulum rectangulum A B C, cuius baſis A B, hypotenuſa A C, altitudo B C. Oportet inuenire aliud triangulum rectangulum maius & æquè altum, vt quod fit ſub differentiâ inter A B & baſim quæſiti, & differentiâ inter A C & hypotenuſam quæſiti, æquale ſit dato cuicumque recti-lineo. Detur recti-lineum id quod fit ſub A C & quacumque A D, & ſi non detur in eâ ſpecie ad eam reuocetur, continuatâque ſi opus eſt A B ſumatur in eâ A D, & connectatur D C, cui conſtruatur parallela A Z. Ex C autem ducatur recta, quæ ita D A continuatam ſecet in E, ipſam verò A Z in H, vt ſegmentum H E ſit æquale ipſi C A. Dico triangulum C B E eſſe quale quæritur.

Eſt enim E A differentia quâ baſis E B baſim A B excedit, & C H differentia quâ hypotenuſa C E hypotenuſâ C A, ſeu ei conſtructam æqualem H E, excedit. Quod autem fit ſub E A C H æquale eſt ei quod fit ſub A D H E. Quoniam



enim

enim ſunt conſtructæ parallelæ CD HA, ideò eſt AD ad CH vt AE ad HE. Altitudo porro illius trianguli CBE eadem eſt quæ trianguli CBA, videlicet BC. Dato igitur triangulo rectangulo ABC, inuentum eſt aliud triangulum rectangulum maius & æquè altum, vt quod fit ſub AE differentiâ baſium, & CH differentiâ hypotenuſarum æquale ſit ei quòd fit ſub AD HE, dato recti-lineo, vel ei æquali. Quod faciendum fuit.

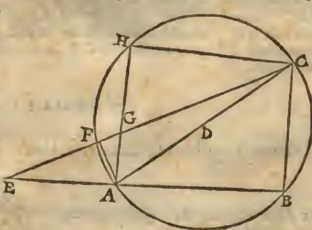
Atque hinc etiam manifeſta fit inuentio duarum mediarum continuè proportionalium inter datas. Oſtenſum enim eſt in Poriſticis. Quadratum quartæ maioris inter extremas tantum differre à quadrato primæ quantum differt quadratum compoſitæ ex quarta & duplo ſecundæ à quadrato compoſitæ ex primâ & duplo tertiæ. Itaque ſi conſtituantur duo triangula rectangula, vnum cuius baſis ſit æqualis primæ minori inter extremas, hypotenuſa quartæ. Alterum cuius baſis ſit æqualis compoſitæ ex prima & tertiæ duplo, hypotenuſa verò compoſitæ ex quartâ & ſecundæ duplo. Erunt ea triangula æquè alta. Opus igitur meſographicum eò reducitur, vt constructo triangulo cuius baſis æqualis ſit primæ, hypotenuſa quartæ, quærendum ſit aliud triangulum æqualis altitudinis, cuius baſis æqualis ſit compoſitæ ex prima & duplo tertiæ, hypotenuſa verò æqualis compoſitæ ex quartâ & duplo tertiæ. Quod quidem triangulum quęrendum licebit inuenire per hanc propoſitionem, quoniam exceſſus hypotenuſarum eſt dupla ſecunda, baſium dupla tertia. Quodque fit ſub iis exceſſibus æquale eſt facto quadruplo ſub primâ & quartâ. Itaque data ea omnia ſunt quæ lex propoſitionis requirit.

PROPOSITIO VII.

Datâ è tribus propoſitis lineis rectis proportionalibus primâ, & eâ cuius quadratum æquale ſit ei quo differt quadratum compoſitæ ex ſecundâ & tertiâ à quadrato compoſitæ ex ſecundâ & primâ, Inuenire ſecundam & tertiam proportionales.

Sit data è tribus propoſitis lineis rectis proportionalibus prima AB, & data quoque recta BC, cuius quadratum æquale ſit ei quo differt quadratum compoſitæ ex ſecundâ & tertiâ à quadrato compoſitæ ex ſecundâ & primâ. Oportet inuenire ſecundam & tertiam proportionales.

Inclinentur ad rectos angulos AB BC, & connectatur CA, quâ ſectâ bifariàm in D, centro D interuallo DA vel DC deſcribatur circulus, productâque BA indefinitè, educatur à puncto C recta ſecans BA productam in E, circumferentiam verò in F, ita vt FE ſit æqualis ipſi AB, ab A vero cadat ipſi BC parallela ſecans CE in G. Dico EA eſſe ſecundam, & EG tertiam quæſitas.



Subtendatur enim AF, & ipſa AG porrigatur ad circumferentiam in H. Ergo triãgula GCH GEA æqualium ſunt laterum & angulorum. Sunt enim æquales anguli acuti AEF HCG, recti autem AFE GHC, latera verò CH FE æqualia ſunt. Itaque EA CG quoque ſunt æquales. Eſt autem vt BA ad AE ita CG id eſt AE ad GE. Ergo ſunt proportionales tres BA, AE ſeu CG, & GE. Ipſa autem BE compoſita eſt ex BA AE primâ & ſecundâ. Ipſa verò CE compoſita ex CG GE ſecundâ & tertiâ. Quadratum denique ex CE differt à quadrato ex BE per quadratum ex CB.

Datâ itaque AB primâ trium proportionalium & rectâ EBC, cuius quadratum æquale eſt ei quo differt quadratum ex EC compoſita ex ſecundâ & tertiâ à quadrato ex EB compoſitâ ex primâ & ſecundâ, Inuentæ ſunt EA, ſeu GC, & EG ſecundæ & tertiæ proportionales. Quod faciendum fuit.

Atque hinc licet compendioſè

Deſcribere quatuor lineas rectas continuè proportionales, quarum extremæ ſint in ratione duplâ.

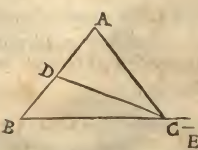
Oſtenſum eſt enim in Poriſticis, Quòd ſi fuerint tres lineæ rectæ proportionales, quadratum autem compoſitæ ex ſecundâ & tertiâ differat à quadrato compoſitæ ex ſecundâ & prima per triplum primæ quadratum, Quæ dupla eſt ad primam, erit eâ in ſerie quarta continuè proportionalis.

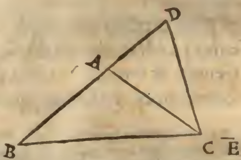
Itaque adſumptâ quacumque primâ & eâ quæ poteſt quadrato triplum ipſius primæ, inuenientur ſecunda & tertia. Quâ in ſerie dupla ad primam erit quarta.

PROPOSITIO VIII.

Si fuerit triangulum æquicrurum, & à baſis termino ducatur ad crus linea recta ipſi cruri æqualis, Angulus exterior factus à baſe & eâ quæ ducitur è baſis termino, triplus eſt vtriuſque angulorum qui ſunt ad baſim æquicruri.

Sit triangulum A B C habens A B A C crura æqualia, & ab angulo A C B ducatur ad crus A B (idcircò ſi opus eſt continuandum) recta C D, ipſi cruri A B vel A C æqualis, & producatur B C in E. Dico angulum D C E eſſe triplum anguli A C B, ſeu A B C.



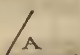


Quoniam enim æquicrura triangula ſunt B A C D C A, ideò angulus A C B angulo A B C eſt æqualis, & angulus A D C æqualis angulo D A C. Itaque qualium partium angulus A C B vel A B C eſt vna, talibus duabus partibus excedit duos rectos angulus B A C, cuius exteriori æquatur angulus B D C. Talium igitur partium eſt duarum angulus B D C. Ex angulo autem D B C & angulo B D C compoſitus eſt angulus D C E. Quare angulus D C E eſt earundem partium trium. Eſt igitur angulus D C E triplus anguli A C B ſeu A B C. Quod erat oſtendendum.

PROPOSITIO IX.

Datum angulum ſecare trifariàm.

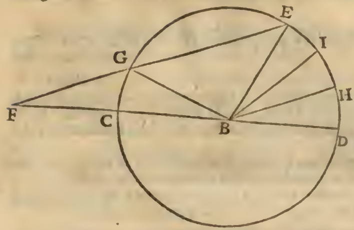
Sit datus angulus A, quem oporteat ſecare trifariàm.

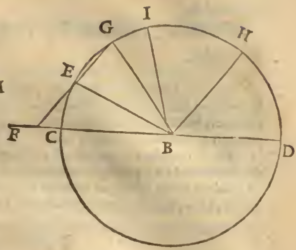




Centro B interuallo quocumque deſcribatur circulus, & agatur Diameter C B D. Sumatur autem circumferentia D E definiens amplitudinem anguli dati, productaque D B C indefinitè educatur recta E F G ſecans diametrum continuatam in F, circumferentiam verò in G, ita vt F G æqualis ſit B C vel B D ſemidiametro circuli. Dico angulum E F C eſſe trientem anguli E B D, id eſt anguli A dati, & ipſum arcum G C eſſe trientis illius amplitudinem.

Iungatur enim G B. Triangulum igitur æquicrurum eſt F G B, à cuius baſis termino B





ducta eſt B E ipſi B G cruri æqualis. Quare angulus B E D triplus eſt anguli G B F ſeu G F B. Ipſius autem anguli G B F amplitudinem definit arcus G C. Quocirca ab arcu D E abſcindantur arcus D H H I ipſi arcui C G æquales, & agantur rectæ D H H I. Ergo angulus E B D, id eſt A datus, ſectus eſt trifariàm à rectis B H B I. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO X.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales, Eſt vt prima ad tertiam, ita adgregatum quadratorum primæ & ſecundæ ad adgregatum quadratorum ſecundæ & tertiæ.

Eſt enim vt prima ad ſecundam ita ſecunda ad tertiam: & conſequenter vt quadratum è primâ ad quadratum è ſecundâ, ita quadratum è ſecunda ad quadratum è tertia, & per ſynæreſim vt quadratum è prima ad quadratum è ſecunda, ita adgregatum quadratorum ſecundæ & primæ ad adgregatum quadratorum ſecundæ & tertiæ. Sed vt quadratum è prima ad quadratum è ſecunda, ita eſt prima ad tertiam. Ergo eſt vt prima ad tertiam ita adgregatum quadratorum primæ ad adgregatum quadratorum ſecundæ & tertiæ. Quod erat oſtendendum.

PROPOSITIO XI.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales, eſt vt prima ad adgregatum primæ & tertiæ, ita quadratum ſecundæ ad adgregatum quadratorum ſecundæ & tertiæ.

Eſt enim vt prima ad tertiam, ita quadratum è ſecunda ad quadratum è tertia, & per ſynæreſim vt prima ad adgregatum primæ & tertiæ, ita quadratum ſecundæ ad adgregatum quadratorum ſecundę & tertiæ.

Conſectarium.

Itaque ſi fuerint tres lineæ rectæ proportionales, tria ſolida ab iis effecta æqualia ſuut,

Primum, ſolidum ſub primâ & adgregato quadratorum ſecundæ & tertiæ.

Secundum, ſolidum ſub tertiâ & adgregato quadratorum primæ & ſecundæ.

Tertium, ſolidum ſub compoſitâ ex primâ & tertiâ & quadrato ſecundæ.

Quoniam enim oſtenſum eſt eſſe primam ad tertiam ſicut adgregatum quadratorum primæ & ſecundæ ad adgregatum quadratorum ſecundæ & tertiæ, primum autem quod propoſitum eſt ſolidum eſt ipſum quod fit ſub extremis analogiæ terminis, ſecundum verò quod fit ſub mediis, ideò primum & ſecundum æqualia ſunt.

Æquè quoniam oſtenſum eſt eſſe vt primam ad compoſitam ex ſecunda & tertia, ita quadratum ſecundæ ad adgregatum quadratorum ſecundæ & tertiæ, primum autem quod propoſitum eſt ſolidum rurſus eſt ipſum quod fit ſub extremis analogiæ terminis, tertium verò quod fit ſub mediis, ideò primum & tertium æqualia ſunt. Atque ideò tertium æquale eſt ſecundo.

Propositio XII.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales, Cubus compoſitæ è duabus extremis, minùs ſolido quod fit ſub eadem compoſitâ & adgregato quadratorum à tribus, æqualis eſt ſolido ſub eadem compoſitâ & quadrato ſecundæ.

Quadratum enim compoſitæ è duabus extremis valet quadrata ſingula extremarum vnà cum duplo mediç quadrato. Itaque quadratum compoſitæ è duadus extremis minus adgregato quadratorum à tribus, æquale eſt quadrato mediæ ſeu ſecundæ. Quare eſt quadratum compoſitæ è duabus extremis minus adgregato quadratorum tribus ad quadratum ſecundæ, vt compoſita illa ad eandem compoſitam, æqualis videlicet ad æqualem. Cuius analogiæ reſolutione conſtat propoſitum.

Propositio XIII.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales, Solidum ſub primâ & adgregato quadratorum à tribus, minus cubo è primâ æquale eſt ſolido ſub eadem primâ & adgregato quadratorum ſecundæ & tertiæ.

Adgregatum enim quadratorum à tribus minus quadrato à prima eſt quadratum ſecundæ plus quadrato tertiæ. Quare eſt adgregatum quadratorum è tribus minus quadrato è prima ad quadratum ſecundæ & tertiæ, vt prima ad primam, æqualis videlicet ad æqualem. Cuius analogiæ reſolutione conſtat propoſitum.

Propositio XIIII.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales, Solidum ſub tertiâ & adgregato quadratorum à tribus minùs cubo è tertiâ, æquale eſt ſolido ſub eadem tertiâ & adgregato quadratorum primæ & ſecundæ.

Adgregatum enim quadratorum à tribus minùs quadrato è tertia, valet quadratum ſecundæ plus quadrato primæ. Itaque eſt vt adgregatum quadratorum è tribus minùs adgregato quadratorum ſecundæ & primæ, ita tertia ad tertiam, æqualis videlicet ad æqualem. Cuius analogiæ reſolutione conſtat propoſitum.

Con-

Conſectarium.

Itaque ſi fuerint tres lineæ rectæ proportionales , tria adfecta ſolida,quæ ab iis fiunt, ſunt æqualia,

Primum, cubus compoſitæ ex prima & tertia, minùs ſolidò ſub eadem compoſitâ & adgregato quadratorum è tribus.

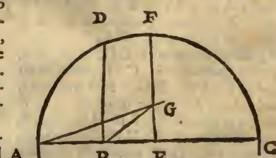
Secundum, ſolidum ſub primâ & adgregato quadratorum ſecundæ & tertiæ,minùs cubo è primâ.

Tertium, ſolidum ſub tertiâ & adgregato quadratorum ſecundæ & primæ,minùs cubo è tertiâ.

Cùm ſolida quibus adæquantur æqualia ſint ex antecedente Conſectario. Itaque æqualia ſunt inter ſe.

PROPOSITIO XV.

Si è circumferentiâ circuli cadant in diametrum perpendiculares duæ, vna in centro, altera extra centrum , & ad perpendicularem in centro agatur ex puncto incidentiæ perpendicularis alterius linea recta faciens cum diametro angulum æqualem trienti recti, à puncto autem quo acta illa ſecat perpendicularem in centro ducatur alia linea recta ad angulum ſemicirculi, Triplum quadratum huius æquale eſt tam quadrato perpendicularis quæ incidit extra centrum, quàm quadratis ſegmentorum diametri , inter quæ perpendicularis illa media eſt proportionalis.



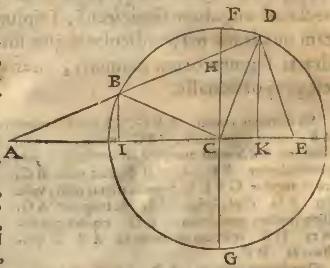
Sit diameter circuli A B G, à cuius circumferentiâ cadat perpendiculariter D B, & ſit A B minus ſegmentum, B C maius, E vero centrum. Sed & cadat quoque è circumferentiâ perpendiculariter F E, & ex B ducatur recta B G, ita vt angulus G B E ſit æqualis trienti recti, vnde fiat B G dupla ipſius G E, & iungatur A G. Dico triplum quadratum ex A G æquari quadrato ex D B vnà cum quadrato ex A B & quadrato ex B C.

Quadratum enim ex A B æquale eſt quadrato ex A E & quadrato ex B E, minùs eo quod fit ſub A E B E bis. Quadratum autem ex B C æquale eſt quadrato ex B E, & quadrato ex E C, vnà cum eo quod fit ſub B E E C bis. Et ſunt æquales A E E C. Quare quadratum ex A B vnà cum quadrato ex B C æquatur duplo quadrato ex A E, & duplo quadrato ex B E. Addatur vtrobique quadratum ex D B. (Ipſum vero quadratum ex D B adiunctum quadrato ex B E æquale eſt quadrato ex A E.) Quadrata igitur ex A B, B C, D B adgregata valebunt quadratum triplum ex A E, vnà cum quadrato ſemel ex B E. Quoniam autem G B conſtruitur dupla ipſius B G, eſt quadratum ex B E triplum quadratum ex G E. Quadratum autem ex A E adiectum quadrato ex B E valet quadratum ex A G. Triplum igitur quadratum ex A G æquale eſt quadrato ex D B vnà cum quadrato ex A B & quadrato ex B C. Quod erat oſtendendum.

PROPOSITIO XVI.

Si duo triangula fuerint æquicrura ſingula, & ipſa alterum alteri cruribus æqualia, angulus autem qui eſt ad baſim ſecundi ſit triplus anguli qui eſt ad baſim primi, Cubus ex baſe primi minùs triplo ſolido ſub baſe primi & cruris communis quadrato æqualis eſt ſolido ſub baſe ſecundi & eiuſdem cruris quadrato.

Sit triangulum primum A B C habens crura A B B C æqualia. Et quia ſecundum triangulum æqualium quoque crurum eſt, & vterque angulorum qui ſunt ad baſim ſecundi illius trianguli triplus eſt ipſius anguli E A C & tamen minor ſit recto neceſſe eſt, Igitur vterque angulus B A C B C A minor eſt triente recti, atque adeò angulus A B C ſit maior recto. Producatur igitur A B A C, & ex C in A B productam ponatur C D ipſi A B æqualis, deinde ex D in A C productam ponatur D E ipſi quoque A B æqualis. Sunt igitur duo triangula æquicrura A B C C D E. Sed & ipſis A B B C cruribus æqualibus primi trianguli æqualia ſunt C D D E crura ſecundi trianguli. Qualium autem vterque angulorum B A C B E A eſt pars vna, angulus A B C eſt duorum rectorum minus talibus duabus partibus, & angulus exterior anguli A B C duarum eſt illarum partium, cui angulo exteriori æquatur angulus A D C, quoniam ſunt æquales anguli D B C C D B ob æqualitatem quoque crurum C D C B. Ex angulis autem A D C & D A C compoſitus eſt angulus exterior anguli D C A. Secundum itaque triangulum eſt C D E ipſum æquicrurum & crura habens æqualia cruribus primi A B C, & vtrumque angulorum qui ſunt ad baſim, videlicet D C E vel D E C, triplum anguli B A C vel B C A. Dico igitur cubum ex A C minùs ſolido triplo ſub A C & quadrato ex A B æquari ſolido ſub C E & quadrato ex D C ſeu A B.



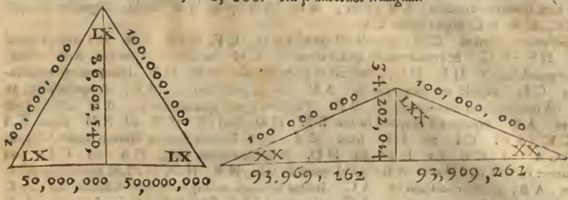
Centro enim C interuallo C B vel C D deſcribatur circulus, & agatur diameter F C G ſecans A E perpendiculariter in C, ipſam verò A D in H, ipſi quoque F G agantur parallelæ B I D K ſecantes A E perpendiculariter in K. Sunt igitur A I I C æquales, & ideò ſit A C ipſius A B dupla. Itaque ſunt quoque æquales A B B H, & ſit A H ipſius A B dupla. Æquales quoque ſunt C K K E, & ſit C E dupla ipſius C K.

Quadratum autem ex C G, id eſt A B, æquatur quadrato ex C H vnà cum eo quod ſit ſub F H H G, & conuertendo, quadratũ ex A B minus quadrato ex C H æquatur ei quod ſit ſub F H H G, hoc eſt, ei quod ſit ſub B H H D. Ipſum porro quadratum ex C H æquale eſt quadrato ex A H minùs quadrato ex A C. & quadratum ex A H eſt quadruplum quadratum ex B H. Quadratum igitur ex A C minùs quadrato triplo ex A B æquale eſt ei quod ſit ſub B H H D. Sed eſt B H ad H D vt I C ad C K, & eſt I C ad C K ſicut A C ad C E, cùm ſint hæ illarum duplæ. Quare ſicut A C ad C E ita eſt B H ad H D, & conſequenter ſicut A C ad C E ita quadratum ex B H, id eſt ex A B, ad id quod ſit ſub B H H D, id eſt, ad quadratum ex A C minùs quadrato triplo ex A B. Itaque reſolutâ analogiâ cubus ex A C minùs triplo ſolido ſub A C & quadrato ex A B æqualis eſt ſolido ſub C E & quadrato ex A B. Quod erat oſtendendum.

Poſito Z latere quolibet trianguli æquilateris, vnde angulus quilibet ſit bes duorum rectorum.

A cubus minùs Z quadrato ter in A æquatur Z cubo. Et ſit A baſis trianguli æquicruri, cuius angulus acutus eſt noua pars duorum rectorum.

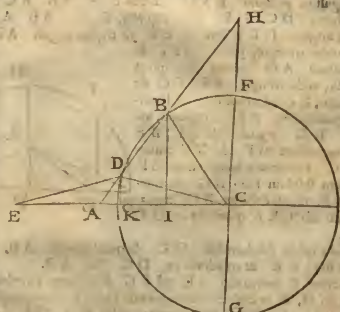
Sit *Z* 1. *A* IN. *IC* — 3 N *æquatur* 1.
Sit *Z* 100,000,000. *Ita ſe habebunt triangula.*



PROPOSITIO XVII.

Si duo triangula fuerint æquicrura ſingula, & ipſa alterum alteri cruribus æqualia, angulus autem, quem is qui eſt ad baſim ſecundi relinquit è duobus rectis, ſit triplus anguli qui eſt ad baſim ſecundi. Solidum triplum ſub baſe primi & cruris communis quadrato, minùs cubo è baſe primi, æquale eſt ſolido ſub baſe ſecundi & cruris communis quadrato.

Sit primum triangulum A B C habens crura A B B C æqualia, & quia angulus quem quilibet eorum qui ſunt ad baſim ſecundi reliquit è duobus rectis triplus eſt ipſius anguli B A C, ideò eſt exterior ipſorum qui ſunt ad baſim angulorum & conſequenter maior recto, atque adeò angulus ad verticem A B C eſt minor recto. Quare in A B ponatur C D ipſi A B æqualis. Deinde ex D in C A productum ponatur D E ipſi quoque A B æqualis. Sunt igitur duo triangula æquicrura A B C E D C, & ipſis A B B C cruribus æqualibus primi trianguli æqualia ſunt D E D C crura ſecundi trianguli. Qualium autem vterque angulorum B A C B C A eſt pars vna, angulus A B C eſt duorum rectorum minùs duabus talibus partibus, & angulus exterior anguli A B C duarum eſt illarum partium, cui angulo exteriori æquatur angulus A D C quoniam ſunt æquales anguli D B C C D B ob æqualitatem quoque crurum C B C D. Ex angulo autem A D C & D A C compoſitus eſt angulus exterior anguli D C A. Secundum itaque triangulum eſt C D E ipſum æquicrurum & crura habens æqualia cruribus primi A B C & vtrumque angulorum qui ſunt ad baſim videlicet D C E vel D E C triplum anguli B A C vel B C A, Dico igitur triplum ſolidum ſub A C & quadrato ex A B minùs cubo ex A C æquari ſolido ſub E C & quadrato ex D C ſeu A B.



Centro enim C interuallo C B vel C D deſcribatur circulus, & agatur diameter F C G ſecans E A, vti continuatur, perpendiculariter in C, ipſam verò A D quoque continuatam

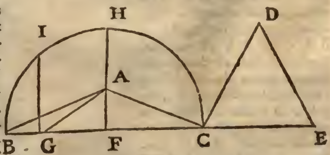
in H ipſi quoque F G agantur parallelæ B I D K ſecantes eandem A E perpendiculariter in I, K. Sunt igitur A I I C æquales, & ideò fit A C ipſius A I dupla. Itaque ſunt quoque æquales A B B H, & fit A H ipſius A B dupla. Æquales quoque E K K C, & fit E C dupla ipſius E K.

Quadratum autem ex C H æquale eſt quadrato ex C F, id eſt A B vnà cum eo quod fit ſub H F H G, & conuertendo quadratum ex C H minùs quadrato ex A B æquale eſt ei quod fit ſub H F H G, hoc eſt ei quod fit ſub H B H D. Ipſum porro quadratum ex C H æquale eſt quadrato ex A H minùs quadrato ex A C, & quadratum ex A H eſt quadruplum quadratum ex B H. Triplum igitur quadratum ex A B minùs quadrato ex A C æquale eſt ei quod fit ſub B H H D. Sed eſt H B ad H D ſicut C I ad C K, & eſt C I ad C K ſicut C A ad C E cùm ſint hæ illarum duplæ. Quare ſicut C A ad C E ita H B ad H D, & conſequenter ſicut C A ad C E, ita quadratum ex H B, id eſt A B ad id quod fit ſub H B H D, id eſt,ad triplum quadratum ex A B, minùs quadrato ex A C. Itaque reſolutâ analogiâ triplum ſolidum ſub A C & quadrato ex A B, minùs cubo ex A C, æquale eſt ſolido ſub E C & quadrato ex A B. Quod erat oſtendendum.

Propositio XVIII.

Si duo triangula fuerint æquicrura ſingula, & ipſa alterum alteri curibus æqualia, angulus autem qui eſt ad baſim ſecundi ſit triplus anguli qui eſt ad baſim primi, Triplum ſolidum ſub quadrato cruris communis, & dimidiâ baſe primi multatâ continuatâue longitudine eius cuius quadratum æquale eſt triplo quadrato altitudinis primi, cùm multabitur eiuſdem dimidiæ baſis multatæ continuatæue cubo, æquale eſt ſolido ſub baſe ſecundi & eiuſdem cruris quadrato.

Sit triangulum primum B A C habens crura A B A C æqualia, ſecundum C D E habens quoque D C D E crura æqualia. Et ſint A B A C ipſis D C D E æqualia, ſed & angulus D C E ſeu D E C ſit triplus anguli A B C ſeu A C B. Excitetur autem altitudo trianguli primi A F, & in baſe ponatur A G verſus B ipſius A F dupla, vnde vtraque B F F C fit baſis dimidia, & quadratum ex G F triplum eſt quadrati ex A F altitudine, atque adeò B G æqualis eſt ipſi B F multatæ longitudine G F, & G C æqualis ipſi F C continuatæ longitudine G F. Dico triplum ſolidum ſub B G & quadrato ex A B, minùs cubo ex B G, æquale eſſe ſolido ſub C E & quadrato ex D C ſeu A B.



Et rurſus triplum ſolidum ſub G C & quadrato ex A B, minùs cubo ex G C, æquale eſſe ſolido ſub C E & quadrato ex D C ſeu A B.

Centro enim F interuallo B F vel F C deſcribatur circulus,& producatur F A ad circumferentiam in H, & ex eadem circumferentiâ cadat in diametrum ad punctum G perpendiculariter recta I G. Sunt igitur tres proportionales B G G I G C. Quoniam autem A G eſt dupla ipſius A F, ſeu aliter,angulus A G F eſt triens recti, ideo triplum quadratum ex A B æquale eſt ſingulis quadratis abs B G G I G C. Adfecta itaque tria ſolida æqualia ſunt, Primum, cubus ex B C, minùs ſolido triplo ſub B C & quadrato ex A B.

Secundum, triplum ſolidum ſub B G & quadrato ex A B, minùs cubo ex B G.

Tertium, triplum ſolidum ſub G C & quadrato ex A B, minùs cubo ex G C.

Sed primum æquale eſt ſolido ſub C E & quadrato ex A B ex antepenultima propoſitione.

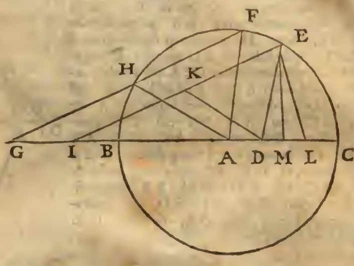
Quare

Quare ſecundum quoque & tertium æquantur eidem ſolido ſub C E & quadrato ex A B. Vnde conſtat propoſitio.

Propositio XIX.

Diametrum circuli ita continuare vt ſit continuatio ad ſemidiametrum adiunctam continuationi, ſicut quadratum ſemidiametri ad quadratum continuatæ diametri.

Sub A centro, diametro B A C deſcribatur circulus, & ſumatur C D triens diametri, & arcus C E triens ſemicircumferentiæ, ſeu aliter, arcus hexagoni. Et connectatur E D, cui agatur parallela ſemidiameter A F, & a puncto F in C B productam ducatur F G ſecans circumferentiam in H, ita vt H G ſit ſemidiametro A B ſeu A C æqualis. Ipſi autem F G parallela agatur E I ſecans C G in I. Dico factum eſſe quod oportuit, eſſe enim vt I B ad I A ita quadratum ex A B ad quadratum ex I C. Iungatur enim A H, & ipſi parallela agatur D K, & in B C continuatâ ponatur E L ipſi D E æqualis.



Quoniã igitur trianguli G H A crura G H H A æqualia ſunt, & à baſis termino A educta eſt A F ipſi G H cruri æqualis. Angulus F A C ſit triplus anguli H A G. Triangulis autem G H A H A F ſimilia ſunt triangula I K D K D E, & triangulũ æquicrurum eſt I K D. Sed & conſtructum æquicrurum quoque eſt triangulum D E L, & ſunt crura D E E L cruribus I K K D æqualia, & angulus E D L ſeu E L D, anguli K I D, ſeu K D I triplus.

Quare cubus ex I D minùs ſolido triplo ſub I D & quadrato ex I K ſeu D E æquale eſt ſolido ſub D L & eodem quadrato ex D E.

Eſt autem A D triens ſemidiametri A B, & cùm ex E D cadet in diametrum perpendicularis D M, ſit D M ſextans ſemidiametri. dodrantem verò quadrati ex A B æquabit quadratum ex E M, quod quidem quadratum ex E M adiunctum quadrato ex D M valet quadratum ex D E. Quadratum igitur ex D E æquat dodrantem quadrati ex A B plus triceſimâ ſextâ eiuſdem. Et eſt quadratum ex A B ad quadratum ex D E ſicut nouem ad ſeptem. Itaque triplum quadratum ex D E æquale eſt quadrato ſeptupartiente tertias ex A B. Solidum verò ſub D L & quadrato ex D E æquabitur cubo ſeptupartiente viceſimas ſeptimas ex A B.

Quare cubus ex I D minùs ſolido ſub I D & quadrato ſeptupartiente tertias ex A B, æquale eſt Cubo ſeptupartiente viceſimas ſeptimas ex A B. Atque hoc eſto primum illatum. Omnia autem ea ſolida ſumantur vicies ſepties. Ergo cubus vicies ſepties ex I D minus ſolido ter & ſexagies ſub I D & quadrato ex A B æquatur cubo ſepties ex A B. Quâ æqualitate ad analogiam reuocatâ, eſt vt quadratum ex I D nouies, minùs quadrato vicies ſemel ex A B, ad quadratum ſepties ex A B. ita A B ad triplam I D. Et verò quadratum ex I D valet quadratum ex I A, & quadratum ex A D vnà cum eo quod ſit ſub A D I A bis. Ipſa autem A D eſt triens A B. Quare quadratum nouies ex I D valet quadratum nouies ex I A, plùs eo quod ſit ſub I A A B ſexies, plus quadrato ſemel ex A B. Eſt igitur vt quadratum nouies ex I A plus eo quod ſit ſub I A A B ſexies, minùs quadrato vicies ex A B ad quadratum ſepties ex A B, ita A B ad compoſitam ex A B, & triplâ I A. Quâ reſolutâ analogiâ cùm quæ ſient ſolida diuiſionem quæque à vicenario ſeptenario numero accipient cubus ex I A

plus ſolido ſub A B & quadrato ex I A minùs ſolido duplo ſub I A & quadrato ex A B æquatur cubo ex A B. Atque hoc eſto ſecundum illatum.

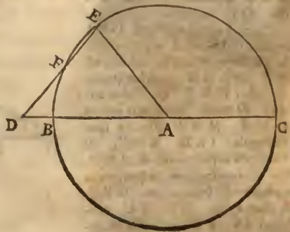
Eadem autem æqualitas rurſus ad analogiam reuocetur, erit igitur vt I A minùs A B ad A B, ita quadratum A B ad quadratum ex I A plus eo bis quod fit ſub I A A B, & per diæreſim vt I A minùs A B ad I A, ita quadratum ex A B ad quadratum ex I A plus eo bis quod fit ſub I A in A B bis plus quadrato ex A B, & interpretando vt I B ad I A, ita quadratum ex A B ad quadratum ex I C. Quod tandem erat demonſtrandum.

Ex primo illato fit, A B 100, 000, 000 *fit* I D, 124, 737, 960 ἔγγιστα.

PROPOSITIO XX.

Conſtituere triangulum æquicrurum, vt differentia inter baſim & alterum è cruribus ſit ad baſim, ſicut quadratum cruris ad quadratum compoſitæ ex crure & baſe.

Exponatur circulus ſub A centro diametro quacumque B C deſcriptus, & continuetur C A B diameter in D, ita vt D B ſit ad D A, ſicut quadratum ex A B ad quadratum ex D E, & ex D ponatur in circumferentiâ recta D E ipſi A B vel A C æqualis, & iungatur A E. Dico triangulum D E A eſſe quale quæritur. Crura enim E D E A æqualia ſunt. Eſt autem D B differentia inter baſim D A & crus A C ſeu A B. Ipſa verò D C compoſita eſt ex B A baſe & A C id eſt A E crure. Conſtitutum igitur triangulum eſt D E A æquicrurum, vt D B differentia inter baſim & crus E C vel E D ſit ad B A baſim, ſicut quadratum E A vel E D ad quadratum compoſitæ ex baſe D A, & crure E A. Quod erat faciendum.

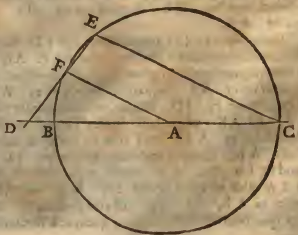


PROPOSITIO XXI.

Si fuerit triangulum æquicrurum, ſit autem differentia inter baſim & alterum è cruribus ad baſim, ſicut quadratum cruris ad quadratum compoſitæ ex crure & baſe, Quæ à termino baſis ducetur ad crus linea recta, ipſi crùri æquali ſecabit bifariàm angulum ad baſim.

Repetatur antecedens conſtructio, actaque D E ſecet quoque circulum in F & iungatur A F, Dico A F ſecare bifariàm angulum E A D.

Quoniam enim ex hypotheſi eſt vt D B ad D A ita quadratum ex A B ad quadratum ex D C, ideò eſt vt D B ad A B, ita quod fit ſub D A A B ad quadratum ex D C. ſed D B ad D E ſeu A B eſt vt D F ad D C. Quare eſt D F ad D C ſicut id quod fit ſub D A A B ad quadratum ex D C. Et conſequenter eſt D F ad A B ſeu D E, ſicut D A ad D C, & ſubducendo eſt D F ad F E ſicut D A ad A C. Quare connexa E C fit ipſius F A parallela. Itaque angulus E C D

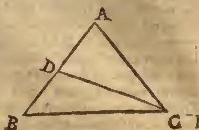


angulo F A D eſt æqualis. Sed angulus E A D duplus eſt anguli E C D, cùm ille ſit è centro, hic è circumferentiâ. Angulus igitur E A D ſectus eſt bifariàm à rectâ E A F. Quod erat oſtendendum.

Propositio XXII.

Si fuerit triangulum æquicrurum, quæ autem è termino baſis ducetur ad crus linea recta ipſi cruri æqualis, ſecet bifariàm angulum ad baſim, Angulus ad verticem æquicruri ſeſquialter eſt vtriuſque angulorum ad baſim.

Sit triangulum A B C habens A B A C crura æqualia, à cuius termino C cùm ducitur ad crus ei oppoſitum recta linea C D cruri æqualis ipſum A C B angulum bifariàm ſecet. Dico angulum B A C eſſe ſeſquialterum anguli A B C ſeu A C B.

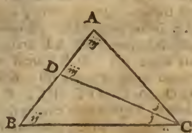


Quoniam enim à C termino baſis trianguli æquicruri A B C ducitur recta C D ipſi cruri A B vel A C æqualis, ideò exterior angulus D C B triplus eſt anguli A C D vel A B C. Qualium itaque angulus A B C ſeu A C B partium eſt duarum, talium exterior anguli D C B eſt partium ſex, angulus verò D C A qui dimidius eſt anguli A C E eorundem eſt vna, vt etiam angulus D C E. Conſtant igitur angulus D C E & ſuus exterior talibus ſeptem partibus, valent autem duos rectos, ſicut tres anguli trianguli. Cùm ſint igitur anguli A E C A C E quilibet duarum partium, angulus E A C relinquitur earundem trium. Eſt igitur E A C angulus ſeſquialter vtriuſuis anguli A B C ſeu A C B. Quod erat oſtendendum.

Propositio XXIII.

Si fuerit triangulum æquicrurum, cuius angulus qui exiſtit in vertice ſit ſeſquialter vtriuſque angulorum qui ſunt ad baſim, & à termino baſis ducatur ad crus linea recta ipſi cruri æqualis, vnde fiat triangulum rurſus crurum æqualium, quorum vnum eſt educta ſecans, alterum crus primi non ſectum, Erit in iſto ſecundo triangulo vterque angulorum qui ſunt ad baſim triplus reliqui.

Sit triangulum A B C habens crura A B A C æqualia, & ſit angulus B A C ſeſquialter vtriuſque angulorum A B C A C B, & à C baſis termino ducatur in crus A D recta C D ipſi A B vel A C æqualis, vnde triangulum A C D rurſus ſit æquicrurum habens crura C D C A æqualia. Dico in triangulo A C D vtrumque angulorum A D C D A C eſſe triplum anguli D C A. Quoniam enim angulus B A C ſeſquialter eſt anguli A B C, vel A C B, ideò qualium partium angulus A B C eſt duarum, talium B A C eſt trium. Sed & earundem angulus A C B eſt duarum cùm ſit angulo A C B æqualis, atque adeò tres anguli trianguli A B C, id eſt duo recti, æſtimantur ſeptem.



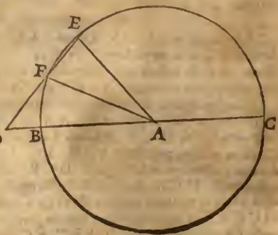
Quoniam autem æquicrurum quoque ſit triangulum A C D, habens videlicet crus A D cruri C A æquale, ideò qualium angulus D A C taxatus eſt trium partium, talium erit totidem angulus A D C, atque adeò angulus A C D pars vna, cùm talium duo recti ſint ſeptem, In triangulo igitur A D C vterque angulorum D A C A D C eſt triplus reliqui A C D. Quod erat oſtendendum.

Propositio XXIIII.

In dato circulo Heptagonum æquilaterum, & æquiangulum deſcribere.

Sit datus circulus cuius A centrum, diameter B A C. oportet in dato circulo Heptagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere.

Diameter C B continuetur in D ita vt D B ad D A ſit vt quadratum ex A B ad quadratum ex D C, & in circumferentià ponatur D E æqualis ſemidiametro. Dico E B eſſe arcum Heptagoni, id eſt, ſeptimam partem totius circumferentiæ.

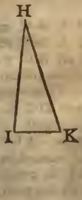


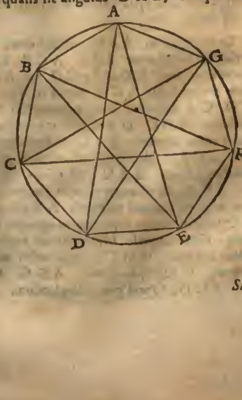
Secet enim D E ipſum quoque circulum in F, & iungantur ſemidiametri A E A F. Eſt igitur triangulum D E A æquicrurum & ita conſtitutum, vt differentia baſis & cruris ad baſim eſt ſicut quadratum cruris ad quadratum compoſitæ ex crure & baſe. Quare recta A F ipſi cruri æqualis ſecat bifariàm angulum ad baſim, ideoque qualium duo recti ſunt partium ſeptem, talium angulus E A D eſt duarum. Qualium vero quatuor recti ſunt ſeptem, id eſt tota circumferentia, talium angulus E A D eſt vna. Ipſius autem anguli E A D amplitudinem definit arcus E B. Quare arcus E B eſt ſeptima pars totius circumferentiæ. Subtendatur igitur ſepties. Ergo in dato circulo inſcriptum eſt heptagonum æquilaterum & æquiangulum. Quod facere oportebat.

Aliter

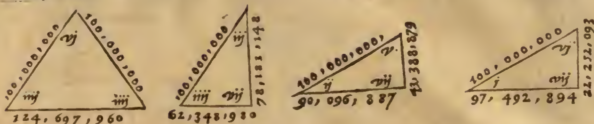
In dato circulo Heptagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere.

Sit datus circulus A B C D E F G. Oportet in A B C D E F G circulo Heptagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere. Exponatur triangulum æquicrurum H I K habens vtrumque eorum qui ſunt ad I, K angulorum triplum reliqui eius anguli qui eſt ad H, & deſcribatur in circulo A B C D E F G triangulum triangulo H I K æquiangulum, & ſit illud A D E, ita vt angulo quidem qui eſt ad H æqualis ſit angulus D A E, vtrique verò ipſorum qui ad I, K ſit æqualis vterque A D E A E D. & vterque igitur A D E A E D anguli D A E eſt triplus. Quare vterque arcus A D A E ipſius arcus D E eſt quoque triplus & horum A D A E arcuum trientis erunt ipſi D E arcui æquales. Sunto igitur trientes illi A B B C C D A G G F F E, & ſubtendantur. Ergo in dato circulo deſcriptum eſt heptagonum æquilaterum & æquiangulum. Quod facere oportebat.





Sit hypotenuſa 100, 000, 000 *angulus rectus* VII *partium, ita triangula rectangula ſeptimarum ſe habent.*



Poſito nempe Z crure trianguli æquicruri, cuius angulus ad verticem ſeſquialter eſt vtriuſque angulorum ad baſim, A cubus, plus Z in A quadratum, plus Z quadrato bis in A, æquatur Z cubo. Et fit A baſis eiuſdem trianguli.

Sit autem in numeris Z 1. A 1 N. 1 C + 1 Q − 2 N, *æquatur* 1.

Per reductionem verò E cubus, minus Z quadrato 21 *in E, æquatur Z cubo* 7. *Et fit E compoſita ex tripla baſe illius trianguli & crure.*

Sit autem in numeris Z 1. E 1 N. 1 C − 21 N *æquatur* 7.

PROPOSITIO XXV.
& eſt Conſectarium generale.

Generaliter id verum eſt, opere ſaltem alterutro, vel conſtructionis duarum mediarum continuè proportionalium inter datas, vel ſectionis anguli in tres partes æquales, omnia problemata, alioqui non ſolubilia, explicari, in quibus Cubi ſolidis, vel Quadrato-quadrata plano-planis ſine adfectione vel cum adfectione adæquantur.

Enimuero oſtenſum eſt in tractatu de æquationum recognitione æquationes Quadrato-quadratorum ad æquationes Cuborum reduci.

Cubos verò adfectos ſub Quadrato, ad Cubos adfectos ſub latere.

Rurſus, adfectos Cubos ſub latere reduci ad Cubos puros.

Adfectos verò Cubos ſub latere negatè ita demum reduci ad puros, cum ſolidum, à quo adficitur Cubus, negatur de Cubo, & prætereà triens plani coëfficientis cum latere adficiens ſolidum cedit quadrato ſemiſſis latitudinis oriundæ ex adplicatione adfecti Cubi ad prædictum trientem.

In Cubis igitur puris, vt pote cum A, de quâ quæritur, Cubus proponitur æquari B quadrato in D, intelligentur B & D extremæ in ſerie quatuor continuè proportionalium, & harum A, de qua quæritur eſſe ſecunda.

In Cubis autem ita adfectis ſub latere negatè, vt triens plani coëfficientis cum latere adficiens ſolidum præſtet quadrato latitudinis ſemiſſis oriundæ ex adplicatione adfecti Cubi ad prædictum trientem, vt pote, cum A cubus, minùs B quadrato ter in A, proponitur æquari B quadrato in D bis, & B præſtat ipſi D, Duo intelligentur proponi triangula æquicrura, & ipſa cruribus æqualia alterum alteri, quorum ſecundi angulus, qui eſt ad baſim, intelligitur triplus ad angulum, qui eſt ad baſim primi, & baſis ſecundi eſſe D, crus verò B. A autem de quâ quæritur, eſſe baſis primi.

In Cubis denique ita adfectis, vt ipſi de adficiente ſolido negantur, vt pote, cum B quadratum ter in E, minùs E cubo æquabitur B quadrato in D bis, Eâdem ſtante conſtructione, quæ in antecedente formulâ expoſita eſt, E, de quâ quæritur, fiet baſis dimidia primi, multata continuatáue longitudine eius, cuius quadratum æquale eſt triplo quadrato altitudinis primi.

Quod enim in triangulo æquicruro crus ſemper maius ſit baſe dimidiâ vel ex eo euidens fit, quòd altitudo ſecet baſim bifariam. Itaque cruris quadratum præſtat quadrato dimidiæ per ipſius altitudinis quadratum.

Atque adeò duobus problematis æquationes Cuborum omnes, & Quadrato-quadratorum cuiuscumque adfectionis alioqui non ſolubiles explicabuntur, vnâ inuentione duarum mediarum inter datas, alterâ anguli dati in tres æquales partes ſectione. Quod animaduertiſſe fuit operæ-precium.

Errata in Supplemento.

Folio 13. Helices] *Scrib. Helicis.*

Folio eodem Maior quocumque recto] *Scrib. maior quocumque acuto.*

Fol. 17. *verſo* Angulus acutus eſt noua] *Scrib. angulus ad baſim eſt nona.*

Folio 19. *verſo Scrib.* 124, 697, 960.